

BILANGAN KROMATIK PADA GRAF LIMAS, PRISMA DAN GABUNGAN LIMAS_PRISMA

Resky⁸,
⁸SMA Negeri 3 Makassar
Email: reskykaru@gmail.com

(*Received:* 11-5-2018; *Reviewed:* 17-05-2018; *Revised:* 16-06-2018; *Accepted:* 17-06-2018; *Published:* 3-02-2019)



©2019 –Aksiomatik: Jurnal ilmiah matematika dan pembelajarannya adalah Jurnal yang diterbitkan oleh STKIP YPUP Makassar. Ini adalah artikel dengan akses terbuka dibawah licenci CC BY-NC-4.0 (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>).

ABSTRAK

Pewarnaan peta pada graf merupakan aplikasi yang erat kaitannya dengan penentuan bilangan kromatik. Bilangan kromatik merupakan sasaran utama dari pewarnaan pada suatu graf. Dimana bilangan kromatik pada pewarnaan peta menunjukkan minimum banyaknya warna yang diperlukan untuk mewarnai semua wilayah pada sebuah peta, sedemikian sehingga setiap dua wilayah yang berhubungan langsung atau berbatasan mendapatkan warna yang berbeda. Penelitian ini dilakukan untuk menentukan bilangan kromatik graf limas, prisma dan gabungan limas_prisma dengan menggunakan tiga algoritma pewarnaan graf, yaitu algoritma *simple sequence coloring*, algoritma *welch-powell* dan algoritma *recursive large first*. Langkah-langkah yang dilakukan adalah : a) Bangun ruang limas, prisma dan gabungan limas_prisma ditransformasikan menjadi graf bidang, b) Simpul-simpul representasi dari graf bidang diwarnai dengan menggunakan algoritma pewarnaan, c) Bilangan kromatik disimulasikan secara manual dan dengan menggunakan *software Microsoft Visual Basic 6.0*.

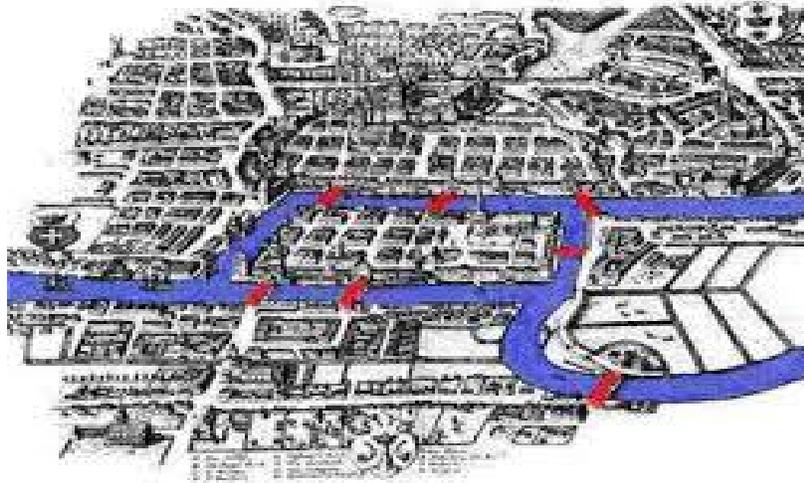
Kata Kunci : *Bilangan Kromatik, Algoritma pewarnaan, Pewarnaan peta, Limas, Prisma dan Gabungan Limas_Prisma,*

PENDAHULUAN

Graf adalah sebuah teori yang digunakan untuk merepresentasikan objek-objek diskrit dan hubungan antara objek-objek tersebut. Representasi visual dari graf adalah dengan menyatakan objek sebagai simpul sedangkan hubungan antara objek dinyatakan dengan garis atau sisi.

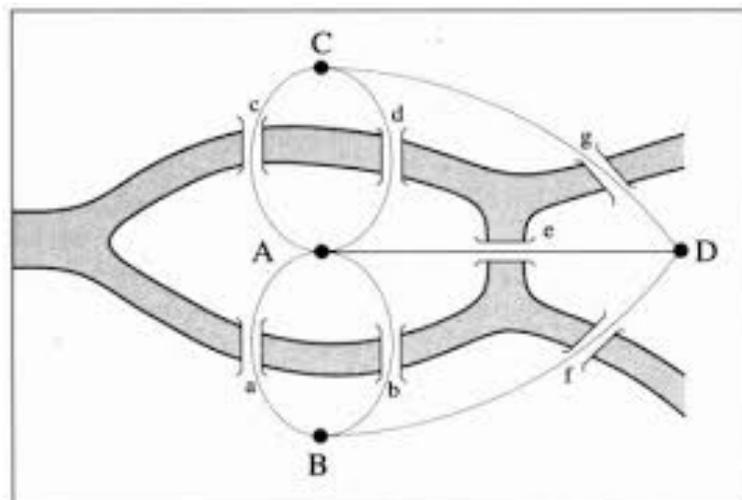
Sebuah graf G terdiri dari dua himpunan yaitu himpunan berhingga tak kosong $V(G)$ dari objek-objek yang disebut simpul dan himpunan berhingga (mungkin kosong) $E(G)$ yang elemen-elemennya disebut sisi, sedemikian sehingga setiap elemen e dalam $E(G)$ merupakan pasangan tak berurutan dari simpul-simpul di $V(G)$. Himpunan $V(G)$ disebut himpunan simpul G dan himpunan $E(G)$ disebut himpunan sisi G .

Teori graf merupakan teori yang sudah lama dan mulai dikenal pada saat seorang matematikawan berkebangsaan Swiss, bernama Leonhard Euler mendiskusikan mungkin atau tidaknya melintasi semua jembatan Konisberg (sekarang bernama Kaliningrad, di Uni Soviet) dengan hanya melewatinya satu kali. Di Kaliningrad terdapat sungai Pregal yang mengitari pulau Kneiphof, kemudian bercabang menjadi dua anak sungai. Ada tujuh buah jembatan yang menghubungkan daratan yang disebelah sungai tersebut. Permasalahannya adalah “Apakah mungkin melintasi ketujuh jembatan tersebut masing-masing tepat satu kali dan kembali ke tempat semula?”.



Gambar 1.1 Jembatan Konisberg di Kalilingrad

Euler akhirnya membuat model masalah tersebut dalam bentuk graf. Daratannya dinyatakan sebagai simpul dan jembatan sebagai sisi. Jawaban yang diperoleh adalah seseorang tidak mungkin melintasi ketujuh jembatan tersebut masing-masing satu kali dan kembali ke tempat semula jika derajat setiap simpul tidak seluruhnya genap.



Gambar 1.2 Sirkuit Euler pada Jembatan Konisberg di Sungai Pregel

Derajat adalah banyaknya garis yang bersisian dengan simpul. Sebagai contoh, simpul D memiliki derajat tiga karena ada tiga buah garis yang bersisian dengannya, simpul B dan C juga berderajat tiga, sedangkan simpul A berderajat 5. Karena semua simpul tidak berderajat genap, maka tidak mungkin dilakukan perjalanan berupa sirkuit, yang dinamakan dengan sirkuit Euler pada graf tersebut (Munir, 2012:355).

Pada tahun 1852, seorang ilmuwan bernama Francis Guthrie mengajukan masalah dengan pertanyaan yaitu “Berapa jumlah warna minimal yang dapat digunakan untuk mewarnai sebuah peta sehingga setiap dua daerah yang berbatasan mempunyai warna yang berbeda?”. Pertanyaan ini muncul ketika Francis Guthrie sedang mewarnai peta wilayah-wilayah Inggris. Guthrie menyadari hanya dibutuhkan empat warna untuk mewarnai peta Inggris sehingga setiap wilayah yang berbatasan memiliki warna yang berbeda. Pertanyaan Francis Guthrie baru dapat dibuktikan secara analisis pada tahun 1976 bahwa setiap peta yang digambarkan pada selembar kertas dapat diwarnai hanya dengan empat warna sedemikian sehingga dua daerah yang berbatasan mempunyai warna yang berbeda.

Saat ini teori graf terus berkembang sehingga banyak digunakan dan diaplikasikan dalam masalah sehari-hari. Salah satu aplikasi dari teori graf tersebut adalah berkaitan dengan pewarnaan graf. Ada tiga macam pewarnaan menggunakan teori graf, yaitu pewarnaan simpul, pewarnaan sisi dan pewarnaan peta. Penelitian ini akan berfokus pada pewarnaan peta, dimana media gambarnya bukan hanya di kertas datar melainkan juga pada bangun ruang seperti limas, prisma, gabungan limas_prisma dan lain-lain.

Limas adalah suatu bangun ruang yang dibatasi oleh sebuah segitiga atau segibanyak sebagai alas dan beberapa buah bidang berbentuk segitiga sebagai bidang tegak yang bertemu pada satu simpul puncak. Sedangkan prisma adalah suatu bangun ruang yang dibatasi oleh dua bidang berhadapan yang sama dan sebangun atau kongruen dan sejajar serta bidang-bidang lain yang berpotongan menurut rusuk-rusuk yang sejajar.

Pewarnaan peta pada graf merupakan aplikasi yang erat kaitannya dengan penentuan bilangan kromatik. Bilangan kromatik merupakan sasaran utama dari pewarnaan pada suatu graf. Dimana bilangan kromatik pada pewarnaan peta menunjukkan minimum banyaknya warna yang diperlukan untuk mewarnai semua wilayah pada sebuah peta, sedemikian sehingga setiap dua wilayah yang berhubungan langsung atau berbatasan mendapatkan warna yang berbeda. Pada penelitian ini, untuk mencari bilangan kromatik pada graf juga digunakan *software Microsoft Visual Basic 6.0*.

Berdasarkan uraian dari latar belakang yang telah dikemukakan sebelumnya maka rumusan masalah dalam penelitian ini yaitu:

1. Bagaimana pewarnaan peta pada graf limas, prisma dan gabungan limas_prisma?
2. Bagaimana menentukan bilangan kromatik pewarnaan peta pada graf limas, prisma dan gabungan limas_prisma dengan menggunakan algoritma pewarnaan graf?
3. Bagaimana menentukan bilangan kromatik pewarnaan peta pada graf limas, prisma dan gabungan limas_prisma dengan menggunakan *software Microsoft Visual Basic 6.0*?

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui bagaimana pewarnaan peta pada graf limas, prisma dan gabungan limas_prisma serta mengetahui bilangan kromatik limas, prisma dan gabungan limas_prisma dengan menggunakan algoritma pewarnaan graf dan *software Microsoft Visual Basic 6.0*?

METODE PENELITIAN

Jenis Penelitian

Jenis penelitian yang digunakan adalah penelitian kepustakaan. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah studi literatur. Pendalaman konsep dengan mengumpulkan literatur-literatur yang berhubungan dengan konsep tersebut dengan menggunakan jenis penelitian dasar/murni. Dengan mempelajari, membahas mengenai pewarnaan peta dan bilangan kromatik pada graf limas, prisma dan gabungan limas_prisma.

Materi pendukung yang dikumpulkan penulis berupa materi literatur-literatur yang tersedia di perpustakaan, baik di perpustakaan Jurusan Matematika maupun di perpustakaan lain. Selain itu, literatur juga diperoleh dari Website yang diakses di internet, toko buku dan referensi-referensi lainnya yang berkaitan dengan pewarnaan peta pada graf.

Lokasi dan Waktu Penelitian

Penelitian ini dilakukan di perpustakaan Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Makassar dan berlangsung selama \pm dua bulan yang mulai dilaksanakan pada 10 Oktober sampai 10 Desember 2013.

Prosedur penelitian yang diterapkan dalam penelitian ini untuk mencapai tujuan penelitian adalah sebagai berikut:

1. Merumuskan masalah yang akan dibahas.
2. Mengumpulkan materi-materi yang berhubungan dengan pewarnaan graf khususnya pewarnaan peta dan bilangan kromatiknya.
3. Mengumpulkan dan memahami definisi dan teorema yang berkaitan dengan pewarnaan peta dan bilangan kromatiknya.
4. Gambar graf limas, prisma dan gabungan limas_prisma.
5. Menentukan bilangan kromatik pada graf limas, prisma dan gabungan limas_prisma dengan menggunakan algoritma *recursive large first*, algoritma *simple sequence coloring* dan algoritma *Welch-powell*.
6. Bilangan kromatik yang diperoleh disimulasikan secara manual dan dengan menggunakan *software Microsoft Visual Basic 6.0*.
7. Merumuskan kesimpulan dari hasil analisis.

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Ada tiga jenis pewarnaan graf yaitu pewarnaan simpul, pewarnaan sisi dan pewarnaan peta. Karena yang akan diwarnai adalah bidang, maka jenis pewarnaan yang digunakan adalah pewarnaan peta. Untuk melakukan pewarnaan peta pada limas, prisma dan gabungan limas_prisma, maka bangun tersebut ditransformasikan menjadi sebuah graf bidang. Untuk mencari bilangan kromatik pewarnaan peta pada graf limas, prisma dan gabungan limas_prisma digunakan tiga jenis algoritma yaitu algoritma *simple sequence coloring*, algoritma *welch-powell* dan algoritma *recursive large first*.

Perbandingan algoritma *simple sequence coloring*, algoritma *Welch-powell* dan algoritma *recursive large first* dari hasil pewarnaan peta pada graf limas, prisma dan gabungan limas_prisma dapat dipandang berdasarkan urutan simpul, cara memulai pewarnaan, struktur dan efisiensinya pada sebuah graf dan efisiensinya.

Tabel 4.32 Perbandingan Algoritma Pewarnaan Peta

Aspek	<i>Simple sequence coloring</i>	<i>Welch-powell</i>	<i>Recursive large first</i>
Urutan simpul	Derajat setiap simpul tidak diurutkan.	Derajat semua simpul pada graf diurutkan mulai dari yang berderajat besar ke yang berderajat kecil.	Derajat semua simpul pada graf diurutkan mulai dari yang berderajat besar ke yang berderajat kecil.
Cara memulai pewarnaan simpul	Memilih salah satu simpul mana saja yang akan pertama kali diwarnai dengan menggunakan warna pertama.	Simpul pada urutan pertama diwarnai dengan warna pertama.	Simpul yang memiliki derajat tetangga tertinggi diwarnai dengan warna pertama.
Struktur Pewarnaan	Tidak tersruktur	Terstruktur	Terstruktur
Efisiensi	Efisien karena pewarnaan cukup sederhana.	Efisien karena pewarnaan setiap simpul cukup sederhana dan tersusun dengan	Kurang efisien karena simpul-simpul yang akan diwarnai diurutkan berdasarkan jumlah derajat tetangga tertinggi

		baik.	pada simpul tersebut sehingga waktu yang digunakan untuk melakukan pewarnaan cukup lama.
--	--	-------	--

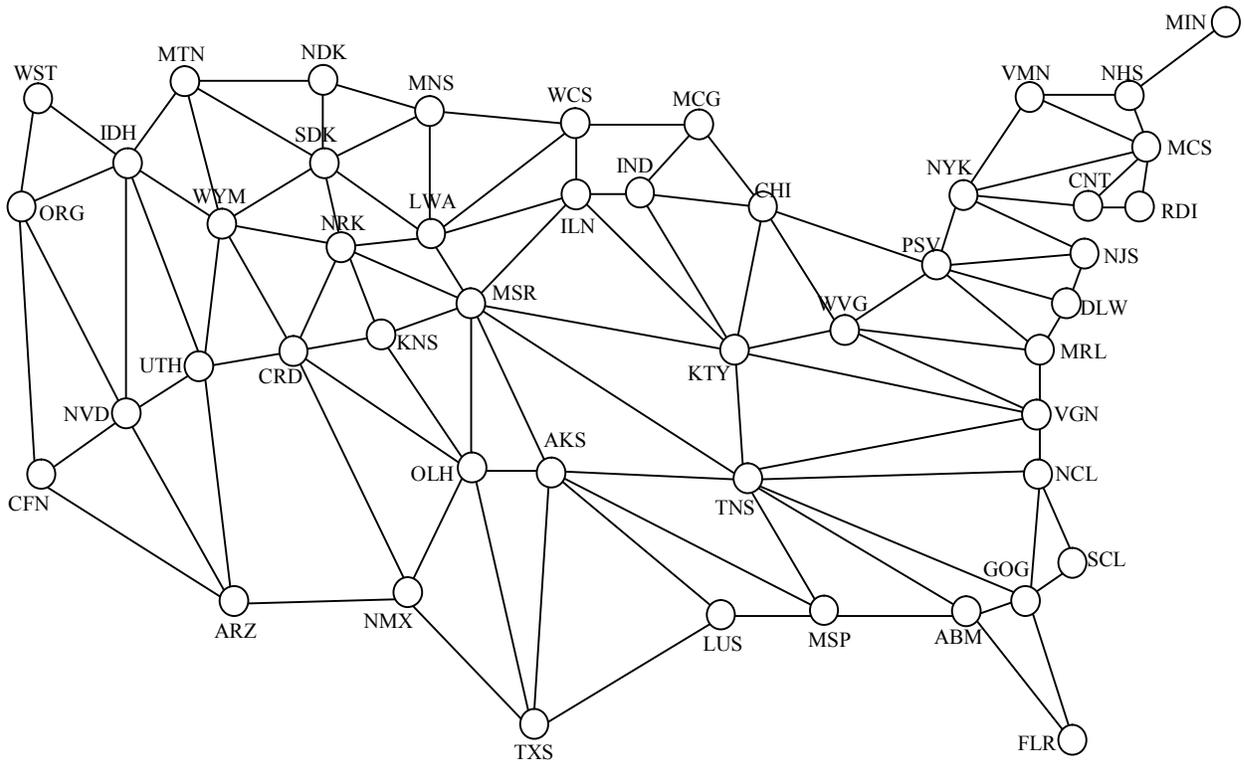
Aplikasi Pewarnaan Graf Limas, Prisma dan Gabungan Limas_Prisma

Proses pewarnaan pada graf limas, prisma dan gabungan limas_prisma dapat diaplikasikan pada berbagai macam peta, salah satunya adalah peta Amerika Serikat. Peta Amerika Serikat yang akan diwarnai dengan menggunakan pewarnaan graf yaitu:



Gambar 4. 180 Peta Amerika Serikat

Peta Amerika Serikat pada Gambar 4.180 menunjukkan setiap daerah pada Negara Amerika Serikat, akan tetapi setiap daerah diberikan warna yang sama sehingga sulit membedakan setiap daerah yang ditunjukkan pada peta tersebut. Agar memudahkan mengenali daerah pada peta tersebut maka digunakan pewarnaan peta, dimana setiap daerah pada peta tersebut dijadikan sebagai sebuah simpul.



Graf Peta Amerika Serikat

Graf hasil representasi dari peta Amerika Serikat pada Gambar 4.181 akan diwarnai setiap simpulnya dengan menggunakan algoritma Welch-Powell, yaitu:

- a. Semua simpul diurutkan mulai dari yang berderajat besar ke yang berderajat kecil:

Tabel Simpul pada Graf Peta Amerika Serikat

Kota	Simpul	Derajat
Washington	WST	2
Oregon	ORG	4
California	CFN	3
Idaho	IDH	6
Nevada	NVD	5
Utah	UTH	5
Arizona	ARZ	4

Montana	MTN	4
Wyoming	WYM	6
Colorado	CRD	6
New Mexsico	NMX	4
North Dakota	NDK	3
South Dakota	SDK	6
Nebraska	NRK	6
Kansas	KNS	4
Oklahoma	OLH	6
Texas	TXS	4
Minnesota	MNS	4
Lowa	LWA	6
Missouri	MSR	7
Arkansas	AKS	6
Loissiana	LUS	3
Wiscinsin	WCS	4
Illinois	ILN	5
Michigan	MCG	3
Indiana	IND	4
Kentucky	KTY	7
Tennessee	TNS	8
Mississippi	MSP	4
Alabama	ABM	4

Chio	CHI	5
West Virginia	WVG	5
Virginia	VGN	5
North Carolina	NCL	4
South Carolina	SCL	2
Georgia	GOG	5
Florida	FLR	2
Maryland	MRL	4
Delamare	DLW	3
New Jersey	NJS	3
Pennsytvania	PSV	6
New York	NYK	5
Connecticut	CNT	3
Rhude Island	RDI	2
Massachussetts	MCS	5
Vermont	VMN	3
New Hampshire	NHS	3
Maine	MIN	1

Tabel 4.34 Simpul yang telah diurutkan pada Graf Peta Amerika Serikat

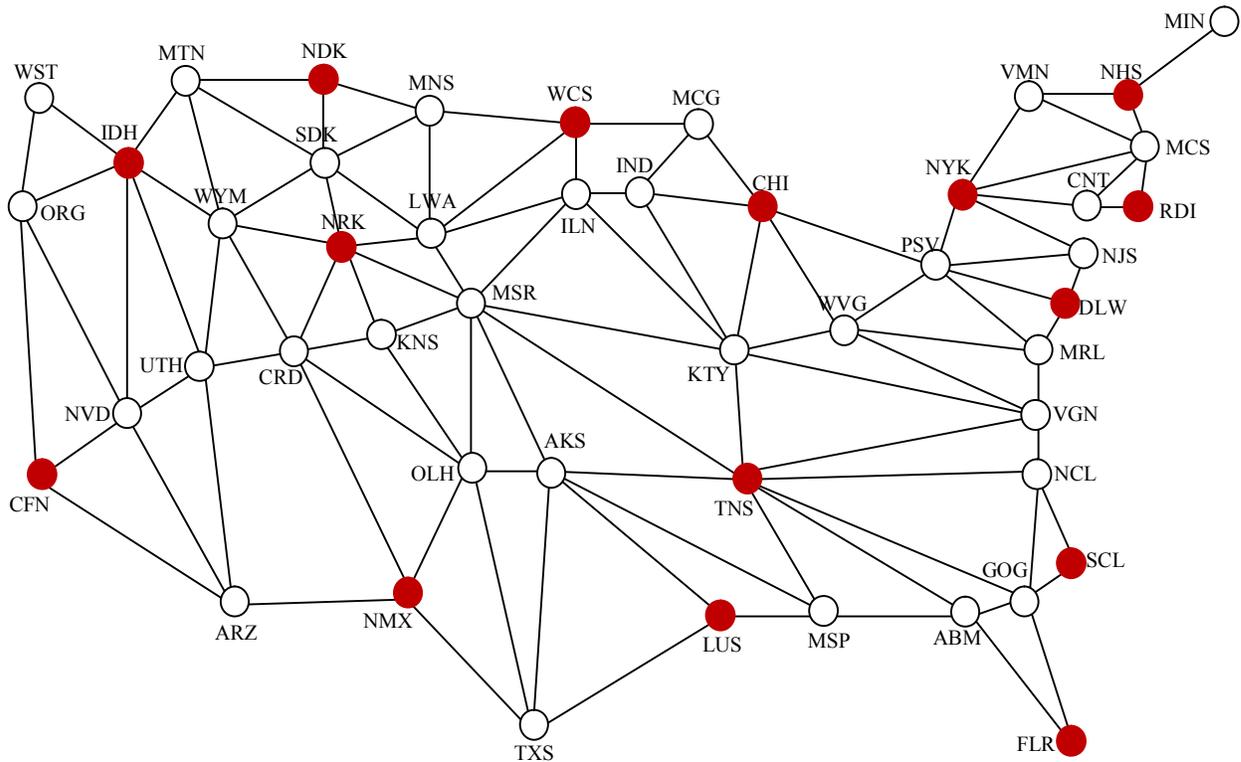
Kota	Simpul	Derajat
Tennessee	TNS	8
Missouri	MSR	7
Kentucky	KTY	7

Idaho	IDH	6
Wyoming	WYM	6
Colorado	CRD	6
South Dakota	SDK	6
Nebraska	NRK	6
Oklahoma	OLH	6
Lowa	LWA	6
Arkansas	AKS	6
Pennsytvania	PSV	6
Nevada	NVD	5
Utah	UTH	5
Illinois	ILN	5
Chio	CHI	5
West Virginia	WVG	5
Virginia	VGN	5
Georgia	GOG	5
New York	NYK	5
Massachussetts	MCS	5
Oregon	ORG	4
Arizona	ARZ	4
Montana	MTN	4
New Mexsico	NMX	4
Kansas	KNS	4

Texas	TXS	4
Minnesota	MNS	4
Wisconsin	WCS	4
Indiana	IND	4
Mississippi	MSP	4
Alabama	ABM	4
North Carolina	NCL	4
Maryland	MRL	4
California	CFN	3
North Dakota	NDK	3
Loissiana	LUS	3
Michigan	MCG	3
Delamare	DLW	3
New Jersey	NJS	3
Connecticut	CNT	3
Vermont	VMN	3
New Hampshire	NHS	3
Washington	WST	2
South Carolina	SCL	2
Florida	FLR	2
Rhude Island	RDI	2
Maine	MIN	1

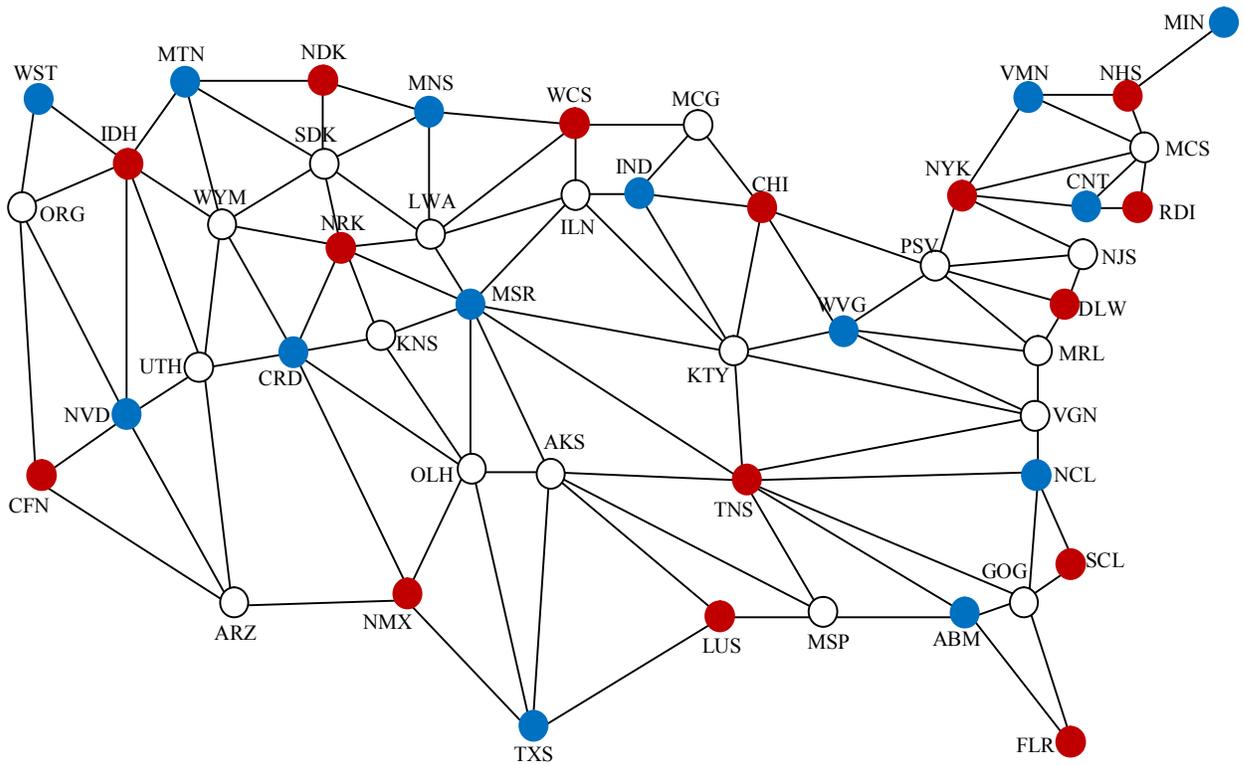
- b. Simpul TNS diberi warna merah, karena simpul TSN tidak berhubungan langsung dengan simpul WST, ORG, CFN, IDH, NVD, UTH, ARZ, MTN, WYM, CRD, NDK,

SDK, NRK, KNS, OLH, NMX, TXS, MNS, LWA, LUS, WCS, ILN, TNS, MCG, IDN, CHI, WVG, MIN, NHS, VMN, MCS, NYK, CNT, RDI, PSV, NJS, DLW, MRL, SCL dan FLR maka simpul tersebut dapat diberi warna merah. Namun, simpul-simpul tersebut saling berhubungan langsung sehingga hanya simpul CFN, IDH, NDK, NRK, NMX, WCS, CHI, TNS, LUS, NYK, NHS, RDI, DLW, SCL dan FLR yang dapat diberi warna merah.



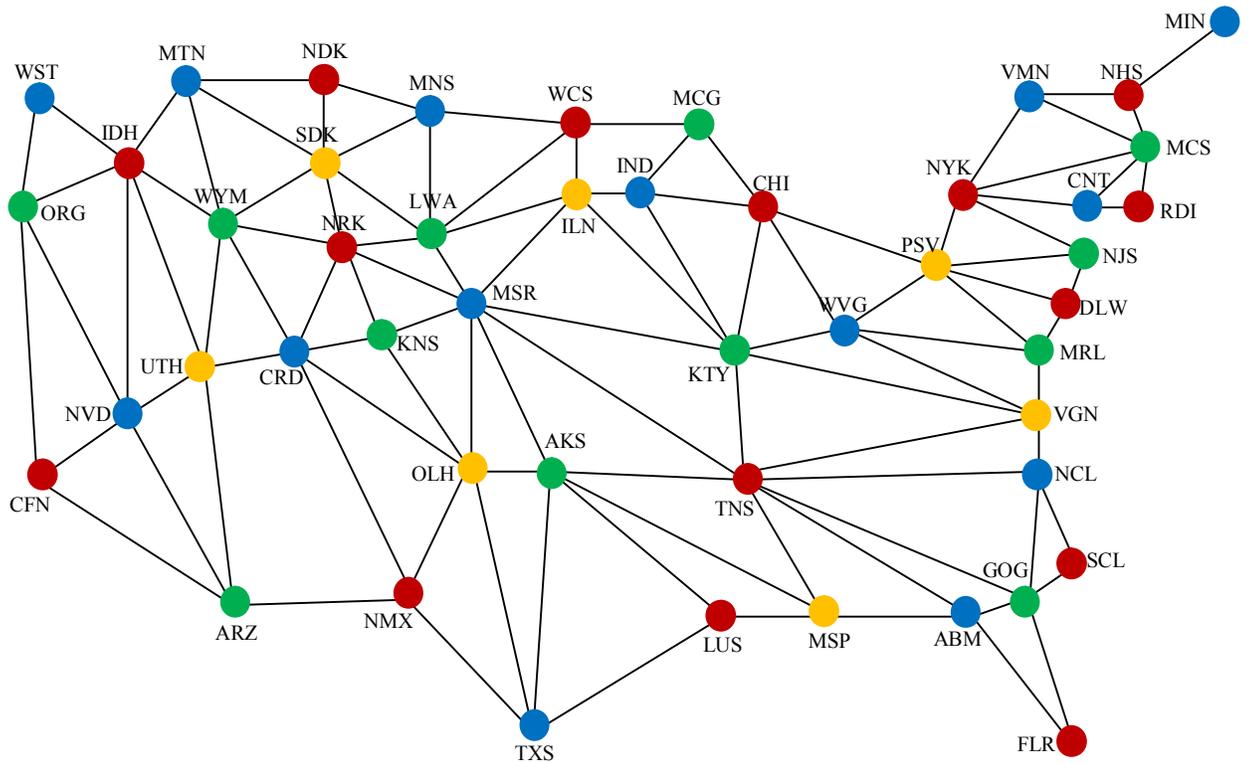
Gambar 4.182 Simpul-simpul yang diberi Warna Merah

- 1) Simpul MSR diberi warna biru, karena simpul MSR tidak berhubungan langsung dengan simpul WST, ORG, NVD, ARZ, MTN, WYM, CRD, MNS, IND, MCG, TXS, MSP, WVG, PSV, VMN, MIN, MSC, VGN, CNT, NJS, MRL, NCL, GOG dan ABM, maka simpul tersebut dapat diwarnai menggunakan warna biru. Namun, karena simpul tersebut saling berhubungan, maka hanya simpul WST, NVD, MTN, CRD, MNS, IND, TXS, WVG, VMN, MIN, CNT, NCL dan ABM, yang dapat diwarnai menggunakan warna biru.



Gambar 4.183 Simpul-simpul yang Diberi Warna Biru

- c. Simpul KTY diberi warna hijau, karena simpul ORG, ARZ, SDK, WYM, MCG, MSP, PSV, KNS, LWA, AKS, MSC, VGN, NJS, MRL dan GOG, tidak berhubungan dengan simpul KTY, maka simpul tersebut dapat diwarnai menggunakan warna hijau. Namun, simpul tersebut saling berhubungan langsung sehingga hanya simpul ORG, ARZ, WYM, KNS, LWA, AKS, MCG, MCS, NJS, MRL dan GOG yang dapat diberi warna hijau.



Gambar 4.184 Simpul-simpul yang Diberi Warna Hijau

Berdasarkan algoritma *Welch-powel*, maka bilangan kromatik yang atau minimum banyaknya warna yang digunakan untuk mewarnai peta Amerika Serikat adalah empat warna.

Tabel 4.35 Hasil Pewarnaan pada Graf Peta Amerika Serikat

Kota	Simpul	Derajat	Warna
Washington	WST	2	Biru
Oregon	ORG	4	Hijau
California	CFN	3	Merah
Idaho	IDH	6	Merah
Nevada	NVD	5	Biru
Utah	UTH	5	Kuning
Arizona	ARZ	4	Hijau

Montana	MTN	4	Biru
Wyoming	WYM	6	Hijau
Colorado	CRD	6	Biru
New Mexsico	NMX	4	Merah
North Dakota	NDK	3	Merah
South Dakota	SDK	6	Kuning
Nebraska	NRK	6	Merah
Kansas	KNS	4	Hijau
Oklahoma	OLH	6	Kuning
Texas	TXS	4	Biru
Minnesota	MNS	4	Biru
Lowa	LWA	6	Hijau
Missouri	MSR	7	Biru
Arkansas	AKS	6	Hijau
Loissiana	LUS	3	Merah
Wiscinsin	WCS	4	Merah
Illinois	ILN	5	Kuning
Michigan	MCG	3	Hijau
Indiana	IND	4	Biru
Kentucky	KTY	7	Hijau
Tennessee	TNS	8	Merah
Mississippi	MSP	4	Kuning
Alabama	ABM	4	Biru

Chio	CHI	5	Merah
West Virginia	WVG	5	Biru
Virginia	VGN	5	Kuning
North Carolina	NCL	4	Biru
South Carolina	SCL	2	Merah
Georgia	GOG	5	Hijau
Florida	FLR	2	Merah
Maryland	MRL	4	Hijau
Delamare	DLW	3	Merah
New Jersey	NJS	3	Hijau
Pennsytvania	PSV	6	Kuning
New York	NYK	5	Merah
Connecticut	CNT	3	Biru
Rhude Island	RDI	2	Merah
Massachussetts	MCS	5	Hijau
Vermont	VMN	3	Biru
New Hampshire	NHS	3	Merah
Maine	MIN	1	Biru

Berdasarkan hasil pewarnaan diatas, maka peta Amerika Serikat dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 4.185 Peta Amerika Serikat

KESIMPULAN DAN SARAN

Kesimpulan

Berdasarkan penelitian ini, diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Menentukan bilangan kromatik pewarnaan peta pada graf limas, prisma dan gabungan limas_prisma segi- n dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut:
 - a. Bangun ruang limas, prisma dan gabungan limas_prisma segi- n ditransformasikan menjadi graf bidang.
 - b. Graf bidang limas, prisma dan gabungan limas_prisma segi- n direpresentasikan menjadi sebuah graf. Simpul-simpul pada graf tersebut diwarnai dengan menggunakan algoritma pewarnaan graf.
 - c. Pewarnaan peta pada graf tersebut dilakukan dengan menggunakan tiga algoritma, yaitu algoritma *simple sequence coloring*, algoritma *welch-powell* dan algoritma *recursive large first*.
 - d. Bilangan kromatik yang diperoleh pada graf limas, prisma dan gabungan limas_prisma segi- n adalah

$$\chi = \begin{cases} 4, & \text{untuk } n \text{ ganjil} \\ 3, & \text{untuk } n \text{ genap} \end{cases}, \forall n \in \mathbb{N}, n \geq 3$$

2. Perbandingan algoritma *simple sequence coloring*, algoritma *Welch-powell* dan algoritma *recursive large first* dapat dipandang berdasarkan urutan simpul, cara memulai pewarnaan, struktur dan efisiensinya.

Tabel 5.1 Perbandingan Algoritma Pewarnaan Peta

Aspek	<i>Simple sequence coloring</i>	<i>Welch-powell</i>	<i>Recursive large first</i>
Urutan simpul	Derajat setiap simpul tidak diurutkan.	Derajat semua simpul pada graf diurutkan mulai dari yang berderajat besar ke yang berderajat kecil.	Derajat semua simpul pada graf diurutkan mulai dari yang berderajat besar ke yang berderajat kecil.
Cara memulai pewarnaan simpul	Memilih salah satu simpul mana saja yang akan pertama kali diwarnai dengan menggunakan warna pertama.	Simpul pada urutan pertama diwarnai dengan warna pertama.	Simpul yang memiliki derajat tetangga tertinggi diwarnai dengan warna pertama.
Struktur Pewarnaan	Tidak tersruktur	Terstruktur	Terstruktur
Efisiensi	Efisien karena pewarnaan cukup sederhana.	Efisien karena pewarnaan setiap simpul cukup sederhana dan tersusun dengan baik.	Kurang efisien karena simpul-simpul yang akan diwarnai diurutkan berdasarkan jumlah derajat tetangga tertinggi pada simpul tersebut sehingga waktu yang digunakan untu melakukan pewarnaan cukup lama.

Saran

Adapun saran untuk penelitian selanjutnya yaitu :

1. Pada skripsi ini, permasalahan dibatasi pada bilangan kromatik graf limas segi- n , prisma segi- n dan gabungan limas_prisma segi- n . Oleh karena itu, diperlukan penelitian lebih lanjut mengenai bilangan kromatik pada graf-graf yang lain.
2. Program penentuan bilangan kromatik yang telah dibuat terbatas pada graf limas segi n , $3 \leq n \leq 6$, sehingga diharapkan bagi peneliti berikutnya membuat program penentuan bilangan kromatik pada graf prisma dan gabungan limas_prisma atau graf-graf yang lain.

DAFTAR PUSTAKA

- Bondy, J.A & U.S.R Murty. 1976. *Graph Theory with Applicationa*. Canada. The Macmillan Press CTD.
- Budayasa, I Ketut. 2007. *Teori Graf dan Aplikasinya*. Surabaya. Unesa Uuniversity press.
- Daliyo, GP & Retanto Wardoyo. 1990. *Matematika Diskrit*. Yogyakarta.Fakultas Matematika dan Ilmu pengetahuan Alam Universitas Gajah Mada.
- Deo, Narsingh. 1989. *Graf Teori with Applications to Engineering and Computer Science*. Prentice-Hall. New Delhi.
- Iswandi, Djoko. 2001. *Geometri Ruang*. Yogyakarta.Universitas Negeri Yogyakarta.
- Lipschutz, Seymour & Marc Lars Lipson. 1997. *Schaum's Outline of Theory and Problems Discrete Mathematics*. United States of America. The Mc Graw-Hill Companies, Inc.
- Liu, C.L. 1995. *Dasar-dasar Mateatika Diskret Edisi kedua*. Jakarta. Gramedia Pustaka Utama.
- Munir, Rinaldi. 2012. *Matematika Diskrit Edisi Revisi Kelima*. Bandung. Informatika Bandung.
- Sutarno, Heri dkk. 2003. *Matematika diskrit*. Bandung. Universitas Pendidikan Indonesia.